Unit 2
3.3.

Measures of Central Tendency
Calculation of Mean, Median & Mode

Meaning of Central Tendency :- साधारण अर्थ में केन्द्रिय प्रवृत्ति का अर्थ है केन्द्र (centre) की ओर झुकाव। लेकिन Statistics में केन्द्रिय प्रवृत्ति का तात्पर्य बारंबारता वितरण (frequency distribution) में किसी प्राप्तांक (score) में केन्द्र की ओर झुकाव से है। दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि कौन सा प्राप्तांक वितरण केन्द्र से नजदीक है।

परिभाषा :-
केन्द्रिय प्रवृत्ति के मापन ऐसे सांख्यकीय उपकरण (statistical tools) हैं, जिनसे हम किसी Data के समूह का औसत या मध्य मान ज्ञात कर सकते हैं। दूसरे शब्दों में किसी आँकड़ा समूह का 'मध्य' या 'सामान्य' मान क्या है।

Chaplin (1975) के अनुसार "प्राप्तांकों के प्रतिनिधिक मूल्य (representative value) को केन्द्रिय प्रवृत्ति (central tendency) कहते हैं। दूसरे शब्दों में central tendency refers to the representative value of the distribution of scores." इसी प्रकार

Rebur & Rebur (2001) ने कहा है कि "केन्द्रिय प्रवृत्ति का तात्पर्य प्राप्तांकों के वितरण के प्रतिरूपों अथवा औसत मूल्य से है। दूसरे शब्दों में Central tendency - an index of central tendency is a way of describing the typical or arrange value of any distribution of scores."

केन्द्रिय प्रवृत्ति की मापें कौन-2 सी हैं?
किसी वितरण (Distribution), प्रतिदर्श (sample) अथवा समूह की central tendency की मापन तीन मापों के द्वारा किया जाता है। इन मापों को मध्यमान या माध्य (The Mean), मध्यिका (The median) तथा बहुलक (The mode) कहते हैं।

Mean :- (मध्यमान या माध्य)

मध्यमान या माध्य केन्द्रिय प्रवृत्ति की एक माप है। इसके मुख्य तीन प्रकार हैं :- जिन्हें अंकगणितीय मध्यमान या माध्य (arithmetic mean), हरात्मक मध्यमान (harmonic mean) तथा ज्यामितीय मध्यमान (Geometric mean) कहते हैं। लेकिन यहाँ हमारा सम्बन्ध केवल अंकगणितीय माध्य से है। अतः इस माध्य के अर्थ

अंकगणितीय माध्य (Arithmetic mean) :- साधारण अर्थ में किसी चीज के औसत को माध्य या मध्यमान कहते हैं। माध्य वह मान होता है जो सभी प्रेक्षणों (observations) के योग को उनकी कुल संख्या से विभाजित करने पर प्राप्त होता है।

सूत्र :- (Formula) :-

$$\text{माध्य} = \frac{\text{सभी प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

जैसे :- 10, 20, 30

माध्य = (10 + 20 + 30) ÷ 3 = 20 Mean.

विशेषता :-

1. माध्य की एक विशेषता यह है कि यह बारंबारता-वितरण (frequency distribution) के केन्द्र (centre) की ओर निर्देश करता है। यह ऐसे मूल्य को बतलाता है जो वितरण के मध्य या इसके आसपास होता है।
2. इसकी एक विशेषता यह है कि वितरण सामान्य हो या न हो
3. वितरण के किसी भी प्राप्तांक में परिवर्तन होने पर माध्य में भी परिवर्तन देखा जाता है। जैसे :-
4. इसकी एक विशेषता यह है कि यह किसी वितरण का संतुलन-बिन्दु होता है। इसके ऊपर हो तो उसे धनात्मक विचलन (positive deviation) तथा प्राप्तांक इसके नीचे हो तो इसे ऋणात्मक विचलन (Negative deviation) कहा जाता है। जैसे (ऊपर वाले उदाहरण में) 95 का माध्य 95 है तथा इसी तरह 90 तथा 95 प्राप्तांक माध्य से नहीं है। अतः यहाँ 90 - 95 = -5 तथा 85 - 95 = -10 ऋणात्मक विचलन होंगे।

माध्य की उपयोगिता या गुण (Utility or Merits of Mean)

आँकड़ा चाहे वितरण हो केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप के रूप में माध्य की कई उपयोगिताएँ या गुण हैं :-

1. माध्य से किसी समूह या वितरण के औसत (Average) का बोध होता है। इससे समूह या वितरण के मानदंड का संकेत मिलता है।
2. माध्य से किसी समूह या वितरण के संतुलन का भी संकेत मिलता है। जब किसी समूह या वितरण के माध्य, बहुलक तथा बहुलक में थोड़ा अंतर होता है तो इससे पता चलता है कि वह समूह या वितरण अधिक संतुलित है।
3. इससे दो या अधिक समूहों या वितरणों का तुलनात्मक अध्ययन करना संभव होता है।
4. माध्य की उपयोगिता दूसरी कई सांख्यिकी को निकालने के संबंध में देखी जाती है। जैसे :- मानक विचलन (SD) औसत विचलन (A.D), t-test, सहसंबंध (correlation), आदि के परिकलन में माध्य सहायक होता है।
5.

माध्य के दोष (Demerits of the Mean)

माध्य के कई दोष हैं जो निम्नवत हैं :-

(i) इसका एक गंभीर दोष यह है कि अन्त के मिश्रणों (extreme observation) का बहुत प्रभाव पड़ता है। जैसे :- 9, 13, 37, 45, 65 में 9 तथा 13 को 37 से कम प्राप्तांकों में शामिल किया जाय अथवा 45 तथा 65 को 37 से अधिक प्राप्तांकों में शामिल किया जाय तो माध्यिका पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा, किंतु माध्य परिवर्तनशील हो जाएगा।

(ii) माध्य का निर्धारण न तो निरीक्षण से केवल में और न ग्राफीय विधि (graphic method) से ही।

(iii) ऐसी गुणात्मक अवधारणाएँ जिनका मात्रात्मक मापन संभव नहीं हो पाता है, उनका अध्ययन माध्य से नहीं हो पाता है, अर्थात् माध्यिका से संभव हो जाता है। जैसे :- ईमानदारी, सुन्दरता आदि का अध्ययन।

(iv) यदि किसी संख्या (Series) का एक निरीक्षण या प्राप्तांक (score) खो गया हो या, गुमशुदा हो तो उस संख्या का माध्य निकालना संभव नहीं होगा। हाँ उस निरीक्षण या प्राप्तांक को छोड़कर शेष का माध्य निकाला जा सकता है।

— ० —

Median (माध्यिका)

माध्यिका क्या है? (What is Median, Mdn)?

केन्द्रीय प्रवृत्ति की दूसरी माप को माध्यिका कहते हैं। इसे प्रतीक के रूप में Mdn कहते हैं। माध्यिका का अर्थ किसी वितरण के वह बिन्दु है जिसके ऊपर 50% और नीचे 50% प्रांशक होते हैं।' अर्थात् इस कह सकते हैं कि "माध्यिका वह मान है जो सभी आंकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में रखने पर बीच में आता है।"

माध्यिका की विशेषता (Properties of the Median)

1. माध्यिका की एक विशेषता यह है कि यह माध्य की तरह केन्द्र की ओर गिनती करता है। इसलिए इनमें को केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप कहा जाता है। इसके कारण ये दोनों अभिन्न
2. दूसरी विशेषता यह है कि यह वितरण के उस बिन्दु को इंगित करती है, जिसके ऊपर तथा नीचे बराबर प्रांशक होते हैं
3. वितरण के किसी प्रांशक में परिवर्तन होने पर भी माध्य में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

गुण/

माध्यिका की उपयोगिताएँ / लाभ (Uses of Median)

इस केन्द्रीय प्रवृत्ति के कई उपयोगिताएँ एवं लाभ हैं।

(i) माध्यिका की एक उपयोगिता यह है कि इसके आधार पर किसी वितरण के वास्तविक मध्य बिन्दु को निर्धारित करना सरल होता है।

(ii) मुक्तोत्तर वितरण (open-ended distributions) की केन्द्रीय प्रवृत्ति को निर्धारित करने का सबसे उपयोगी विधि है।

(iii) माध्यिका से इस बात का पता चलता है कि कौन से प्रांशक केन्द्रीय प्रवृत्ति को प्रभावित कर रहा है उसका स्थान क्या है?

(iv) माध्यिका ही एक ऐसा औसत है जिसका उपयोग गुणात्मक विशेषताओं के मापन के लिए किया जा सकता है। जैसे- औसत बुद्धि, औसत सुन्दरता आदि का पता लगाना।

(v) चरम मानों से प्रभावित नहीं होती।

(vi) तिरछे (skew)

classmate
Date
Page

माध्यिका के दोष (Demerits of Median):-

(i) असमूहित आंकड़ों (ungrouped data) के लिए जब प्रेक्षणों या प्रसांकों की संख्या सम (even number) हो तो वास्तविक माध्यिका निकालना संभव नहीं होता है।

(ii) चूँकि माध्यिका स्थितीय औसत (Positional average) है, इसलिए यह वितरण के प्रत्येक प्रेक्षण (items) पर आधारित नहीं होता है।

(iii) यह मानों का उपयोग नहीं करती।

(iv) माध्य की तुलना में माध्यिका (Mdn) में स्थिरता (Stability) कम पायी जाती है।

(v) विशेषकर से छोटे-2 प्रतिदर्शों (Small sample) की स्थिति में माध्य की तुलना में माध्यिका पर प्रतिदर्शन के घटाव-बढ़ाव (fluctuation of sampling) का प्रभाव अधिक पड़ता है।

Calculation of Median from Unprouped data).
असमूहित आंकड़ों से माध्यिका :-